

**LA TRANSVERSALITE EST-ELLE UNE PROPRIETE UNIVERSELLE DES PROCESSUS NATURELS ? ”**

**René THOM, Mathématicien, Professeur à l'I.H.E.S., Médaille Fields  
15 Décembre 1995, Institut de Paléontologie Humaine, Paris**

Après une introduction axée sur une citation de Goethe, et son lien à l'aporie de Parménide, R Thom aborde le problème des métamorphoses, notamment au niveau de la métamérie des vertébrés, en rappelant la doctrine Aristotélicienne sur l'incommunicabilité des genres. Les principaux enseignements à en retenir sont que: "*le genre traverse les espèces*", et "*qu'il n'y a de science que d'un seul genre*". Il faut donc cerner l'analogie entre la divergence primitive (embryologique) et la divergence des genres.

R. Thom entre ensuite dans le vif du sujet, en expliquant les notions géométriques sous-tendant la transversalité biologique. Citant le théorème de Stokes ( $D^{\circ}D=0$ ), qui peut s'exprimer sous la forme "*le bord du bord est vide*", l'auteur nous donne l'exemple de la sphère et de la flèche (document 3 où seul le premier schéma indique une transversalité) ou encore celui de Bourbaki distinguant boule ouverte (sans bord et de volume 0)-boule fermée, qui introduit les espaces ouverts et les formes différentielles. La classification des variétés biologiques en fonction de la géométrie topologique s'avère donc de première importance, aussi bien pour la description de l'intégrité du corps, que pour l'émergence de singularités.

De fait, bien que la difficulté croisse en fonction du nombre de dimensions de l'espace, il découle de ces assertions une limitation du choix des états possibles: les espaces sont orientables ou non orientables. En outre, les repères sont déplacés dans ces espaces sans perdre leurs structures. Il en ressort une étroite interaction biologique, et le dégagement d'une classification où les points réguliers ou "génériques" stratifient une stabilité, tandis que les valeurs singulières s'identifient.

Un principe général peut donc s'énoncer qui tend à universaliser le concept mathématique de transversalité. Le théorème de Sard démontre que l'ensemble des valeurs singulières est nulle part dense. Il est donc fondamental pour la description de tous les espaces différenciables. La théorie des catastrophes a quant à elle établi les différentes formes de singularités génériques d'une fonction, en introduisant la notion de déploiement (uni)-versel. A ce propos, R. Thom situe historiquement cette découverte, en citant tout d'abord l'expérience de Galilée sur l'impétus (boule roulant dans la rainure d'un plan incliné), annulant la mécanique d'Aristote (distinction entre le mouvement forcé de la pierre lancée vers le haut, et sa retombée). Galilée montra en effet que les équations des deux trajets étaient identiques (\*).

En remontant dans le temps, ce sont deux siècles plus tard, des mathématiciens comme Riemann qui décriront les fonctions analytiques que les bacheliers connaissent bien. Les étudiants ne se doutent probablement pas que ces descriptions soulèvent de grandes questions métaphysiques, dans le sens où l'extension du principe Galiléen indique la notion d'iceberg (faible partie émergente d'un tout physique) et d'origine ou de germe (singularité isolée d'hypersurface pour Thom et les topologistes).

Plus encore elle pose le problème des lois mathématiques universelles, et de leur apparent déterminisme vis à vis des objets physiques, et en particulier des êtres vivants. Deux conséquences immédiates: la distinction entre états naturels et accidentels constatée par Aristote, puis à un autre niveau par R Thom, et l'indication d'un contenu ontologique intrinsèque aux événements.

Cette conférence, extrêmement riche, a été suivie de nombreuses questions jusqu'à une heure avancée qui sont impossibles à retranscrire ici. Elle pose des problèmes fondamentaux aussi bien aux mathématiciens qu'aux physiciens et aux biologistes, voire aux esthètes ! La transversalité est une question qui préoccupe tout particulièrement les membres du GDP. L'approche de R. Thom traduit le dynamisme et le fort potentiel créateur de l'auteur de la théorie des catastrophes.

R. Thom: "*Modèles mathématiques de la morphogenèse*", Ed. Bourgeois, Paris, 1980.