# LES MATHÉMATIQUES DE LA MORPHOGENÈSE CHEZ RENÉ THOM

ABDELKADER BACHTA

Au cours des années cinquante, René Thom pratiquait une certaine topologie différentielle en s'intéressant aux variétés différentielles et à leurs applications. Cette manière précise de faire la géométrie le mena à sa théorie des catastrophes qui représente une véritable révolution en mathématique, et qui complète, en fait, celle de Zeeman.

Du point du vue philosophique, notre mathématicien était alors platonicien, car il croyait à l'existence d'entités mathématiques séparées. Il manipulait des concepts abstraits comme ceux de singularité, de transversalité, de déploiement universel et de stabilité structurelle.

Au milieu des années soixante, sa pensée a connu un virage important qui le conduisit à s'occuper du concret. Il voulait appliquer ses mathématiques pures à la réalité naturelle, plus exactement, à la nature évolutive. C'est ainsi qu'il s'informa auprès du biologiste Waddington, auteur d'une embryologie théorique, qui marque la prégnance du développement en biologie. Ce savant anglais aurait lui-même besoin d'une mathématique de type thomienne pour valider sa pensée biologique. C'est comme cela que naquirent les mathématiques de la morphogenèse chez Thom[1].

Le passé montre que les mathématiciens ont eu, parfois, des projets analogues : rappelons-nous la philosophie naturelle de Newton (annoncée partiellement par Galilée et largement, suivie par d'Alembert).

Dans cette étude, nous nous proposons d'examiner les mathématiques thomiennes de la morphogenèse en tenant compte, bien entendu, des mathématiques pures de notre auteur et du modèle biologique présenté par son correspondant, Waddington. Nous suivrons la méthode suivante :

1) Nous nous intéresserons, d'abord, au concept de ''morphogenèse'' si important, au niveau où nous sommes, en évoquant son étymologie et son histoire, puis en indiquant sa signification chez R. Thom lui-même.

2) Nous nous occuperons ensuite des caractéristiques des mathématiques en question. Il y a lieu de noter, à ce propos, qu'on peut parler de deux types de caractéristiques : a) Des propriétés qu'on peut nommer ''structurelles'', car elles épousent le processus qu'implique la morphogenèse b) Des caractéristiques méthodologiques qui permettent d'aborder ces structures.

1 Cf la correspondance entre les deux auteurs, exemple in *Modèles mathématiques de la morphogenèse,* 1974.

## La morphogenèse : étymologie, histoire et signification chez Thom

a) Le vocable de ''morphogenèse'' est, étymologiquement, formé de deux mots grecs : morpho (forme) et genèse (formation)''. La ''morphogenèse'' est donc l'étude de la formation des formes ; c'est aussi le devenir de celles-ci ;

Historiquement, tout commence, en fait, avec l'idée aristotélicienne de l'hylémorphisme (la matière aspire à la forme). Cette thèse, qui établit que tout être se définit par l'alliance entre sa matière et sa forme, est une critique de la théorie platonicienne n'admettant comme réellement existant que le contenu du monde des idées, celui qui est suprasensible. Les éléates (Zénon et Parménide) sont, également, visés. Ceux-ci nient l'être et n'acceptent que le néant.

Cette conception de la réunion entre la matière et la forme, renchérie, chez Aristote, par la pertinence qu'il accorde à la cause formelle (que les modernes négligent pour ne retenir que la cause efficiente) nous met sur la direction d'une recherche sur le devenir des formes et de la topologie moderne, d'autant plus que l'idée de localisation est importante chez ce penseur grec qui a insisté beaucoup sur le crédit de lieu.

Au cours des temps modernes, on peut évoquer deux noms : D'arcy Trompson et Alan Turing :

- Le premier a écrit un livre : *On Grouth and form* où il montre les limites de l'évolutionisme et de la sélection naturelle, idées très répandues à l'époque. En outre, il indique qu'on peut déterminer les formes biologiques en utilisant les forces mécaniques et les lois physiques, Il montre, par ailleurs, des corrélations entre les formes biologiques et les phénomènes mécaniques ; il cite, à ce propos, par exemple, les formes des méduses et les gouttes de liquide tombant dans un liquide visqueux

- Son élève Alan Turing ira dans le même sens. En 1952, il écrivit un article fondateur, intitulé, ''The chemical basis of morphogenis », où il montra, essentielement, que les réactions entre substances chimiques dans une diffusion donnent lieu à des formes, à des structures, qu'on a appelées depuis ''les structures de Turing''.

Son travail, simplement théorique, connaitra, après quarante ans, ses vérifications exprémentales.

- Waddington, qui a bien connu ses deux prédécesseurs anglais, poursuivit leur chemin, en étudiant la morphogenèse et, en la situant, au niveau de l'embryologie. Ce correspond fidèle de René Thom était un biologiste du développement, contre la biologie réductioniste moléculaire. Il se refère à un concept très important dans sa pensée, qui est celui d'épigenèse. C'est ainsi qu'il était contre la thèse de la préexistence du modèle miniaturisé de l'embryon et pensait que les organismes adultes se différenciaient d'une façon graduelle. Il croyait à l'importance de l'environnement dans la formation des formes organiques et dans leurs mutations[2].

b) René Thom doit avoir profité de toutes ses idées sur la morphogenèse et, notamment, de celles prônées par son correspondant, Waddington. De toute façon, il définit le concept de morphogenèse dans son article de 1966, sur la théorie dynamique de la morphogenèse, d'une façon définitive. On peut lire : ''Ici nous emploierons le terme'' Morphogenèse conformément à l'étymologie au sens le plus général pour désigner tout processus créateur (ou

2 On a beaucoup disserté sur l'histoire de la ''morphogenèse'' cf, par exemple, l'E*ncyclopédie Universelle*.

destructeur) de formes ; on ne se préocuppera ni de la nature (matérielle ou non) du substrat des formes, ni de la nature des forces qui causent ces changements."[3]

Par conséquent, le terme qui nous occupe désigne, chez notre auteur, l'émergence brusque des formes. René Thom a effectivement suivi le sens étymologique du mot *morphogenèse*, en le précisant (l'idée de destruction de formes). Ce faisant, notre mathématicien a généralisé les thèses de ses prédécesseurs dont le champ de réflexion est plus restreint, car ils ne s'occupent que de biologie (y compris Waddington bien entendu).

Ce mouvement de généralisation a porté aussi sur les significations ordinaires du mot, qu'il cite, à savoir comme :
1) celui des puristes français, qui réservent le terme en question à l'apparition des formes organiques nouvelles au cours de l'évolution ;
2) celui des anglo-saxons, plus général, désignant la formation de l'organisme à partir de l'embryon[4]. Du reste, la recherche du général est une caractéristique de la pensée de R. Thom ; ce qui s'éclaircira au cours des analyses ultérieures[5].

La morphogenèse a été mathématisée par D'arcy Thompson et par Alan Turing. Le premier a évoqué, comme on a dit, les forces mécaniques et les lois physiques. Or ces deux disciplines étaient mathématiques. Turing, de son côté, a mis en place ce qu'on a appelé depuis "les équations de Turing.

Il n'y a pas de mathématique de la morphogenèse chez Aristote qui était plutôt, à ce niveau, sur le plan de la qualité (La hylé est qualitative, Thom en profitera pour suivre cette voie). D'ailleurs notre mathématicien écrira, à la fin de sa vie sur

[3] *Modèles mathématiques de la morphogenèse* p.10
[4] Ibid p.9
[5] Idée de globalité.

Aristote le topologue. Il déclare, par ailleurs, que son programme de géométriser la nature est, en partie, chez Aristote[6].

## I - Les caractéristiques structurelles : dynamique, discontinuité dans la continuité.

Toute morphogenèse en tant que processus de forme doit impliquer une dynamique certaine. De toute façon, l'article déjà cité sur la dynamique de la morphogenèse souligne clairement cet aspect chez R. Thom. D'autre part, l'auteur est explicite là-dessus dans son livre essentiel « Stabilité structurelle et Morphogenèse » où il déclare, en substance, que son approche est spatio-temporelle, c'est-à-dire dynamique, contrairement, à la méthode suivie par la tendance moléculaire en biologie qui occulte l'aspect dynamique nécessaire. Cette dimension, qui est fondamentale dans la pensée de notre auteur, se laisse, facilement, justifiée par la différentiation mathématique des années cinquante et par le modèle de développement biologique présenté par Waddington.

Mais notre mathématicien rejette catégoriquement la dynamique classique. Il trouve d'abord que l'idée de déterminisme qu'elle contient n'est pas justifiable, et la remplace par un concept susceptible d'être vérifié, qui est celui de ''stabilité structurelle''. On peut lire dans l'article de 1966, déjà cité : « *…dans ces cas, il est possible de postuler que le phénomène est déterminé, mais c'est là une proposition proprement métaphysique, inaccessible à toute vérification expérimentale. Si l'on veut se contenter de propriétés expérimentalement contrôlables, on sera amené à remplacer l'idée invérifiable de déterminisme par*

---

6 Cf "De la théorie des catastrophes à le métaphysique" in *Les mathématiques et le monde sensible*. Espinoza – Ellipses 1997.

*la propriété empiriquement vérifiable de stabilité structurelle ''un processus P est structurellement stable, si une petite variation des conditions initiales conduit à un processus isomorphe.* »

D'un autre côté, l'auteur n'admet pas l'omission, par les classiques, de la naissance et de la fin de l'objet étudié, car ils considèrent celui-ci comme donné a priori (cette idée existe juste avant le texte qu'on vient de citer et est complémentaire à celle de déterminisme). A l'encontre de ce point de vue classique, R. Thom a toujours cherché la naissance et la fin de choses. Dans ces travaux en Sémiologie, par exemple, et traitant de l'image, il tient à connaitre son origine et sa déperdition. Il en est de même lorsqu 'il s'agit de l'indice et du signe en général[7].

On peut traduire ce qui précède en parlant de continuité. La morphogenèse chez Thom et la dynamique qui l'accompagne se présentent d'abord comme des processus continus. Ce qui est normal puique le modèle biologique suivi l'est, c'est un modèle continu. Rappelons, d'autre part, qu'on est au niveau de la topologie différentielle et qu'à l'encontre des mathématiques antérieures, René Thom est en quête d'un supplément de géométrie pour réaliser ses projets, Petitot dit, en substance, que pour combler le manque de géométrie, notre mathématicien se rend compte qu'il faut se reférer au concept de déploiement universel[8], qui est l'un des concepts clé de ses mathématiques pures. Dans le même sens, M. Espinoza déclare que, pour Thom, penser c'est géométriser[9].

Or, la géométrie moderne est, en principe, source de continuité, car, normalement, on a dépassé la pensée géométrique grecque où le lien entre géométrie et discontinuité était la régle. Mais notre mathématicien a

---

[7] Cf in « Modèles mathématiques de la morphogenèse » (ibid) chap. 10 et chap. 14.
[8] ''Les premiers écrits de R. Thom sur la morphogenèse et la linguistique'', in nouvelle édition des œuvres complètes de Thom (Mathématiques).
[9] Même référence citée.

inventé un concept susceptible de rompre la continuité. Nous voulons parler de l'idée de singularité qui, apparemment, l'occupa juste après son étude sur la transversalité dans un article ayant pour titre : « les singularités des applications différentiables. » Il s'intéressa alors aux singularités génériques (cet épiléte est important en parlant de Thom comme on le verra).

Or la singularité constitue une rupture au sein du processus continu considéré. Elle apparait lorsqu'on considère des projections entre surfaces déformées. Les coefficients d'un point singulier ne sont ni analytiques, ni continus. Espinoza dira, avec raison, en substance, que la singularité est un défi du continu géométrique[10].

On comprend, alors pourquoi les catastrophes, qui sont des applications théoriques des singularités, se présentent comme des ruptures, des sauts (comme dira Lemoigne après R. Thom)[11] dans le processus du déploiement universel, Thom l'a déclaré en parlant de la biffurcation causée par le conflit entre attracteurs[12]. N'oublions pas que Waddington a parlé de mutations qui sont autant de ruptures.

Tout compte fait, on peut dire que R. Thom a développé une géométrie où le discontinu est dans le continu. N'est ce pas encore une manière de revenir aux grecs ? (R. Thom ne l'a pas déclaré)

---

[10] Cf Espinoza ibid.

[11] Apropos du rapport entre Lemoigne et R. Thom, cf notre livre *La modélisation scientifique : Etudes sur la pensée modélisatrice de R. Thom ch 1* (La Maison Tunisienne du livre, 2016).

[12] Cf "Une théorie dynamique de la morphogenèse" Extrait de Towards a theovertical biology I univ of edinbrugh press C.H Waddington editor (il s'agit de l'article …… 1966)

## II - Les caractéristiques méthodologiques : du refus de l'analyse au globalisme.

a) L'idée de discontinuité montre, en fait, que notre penseur n'admet pas les procédés analytiques, car l'analyse ne connait pas de sauts, d'interruptions. R. Thom a, d'ailleurs, toujours, refusé cette méthode. On peut donner des preuves a postériori de ce refus :

1) Le refus de toute quantification, du tout calcul. C'est là une caractéristique essentielle de la pensée de Thom. Nous savons, en effet, qu'il n'accepte pas la quantité dans son système et dans sa modélisation et qu'il la réserve aux seules lois fondamentales de la physique (Attraction universelle, lois de Maxwell, etc...). C'est ce qu'on a montré dans des travaux antérieurs[13].

Si l'on veut être plus précis, on peut revenir au texte où il reprend l'expérience de pensée de Turing ( l'article de 1966 cité). Il arrive à la dérivée $\frac{dc}{dt}$ , mais au lieu de calculer, comme font ceux qui croient à la quantifiation, il plonge, plutôt, dans des considérations topologiques relatives aux attracteurs et à leurs bassins pour parvenir, enfin, à une définition première de la catastrophe. Or l'analyse est, pour ainsi dire, la condition de toute calculabilité, de toute quantification, refuser celle-ci signifie ne pas admettre celle là.

2) Les refus de la logique formelle de Boole est une autre dimension essentielle de la pensée de notre auteur. Voilà ce qu'il en dit, par exemple : « *... car la logique, en se constituant comme langage formel d'une rigueur absolue,*

---

[13] Cf, par exemple, le premier chapitre de notre livre, *René Thom et la modélisation scientifique* (L'Harmattan 2013).

*rompt les attaches avec le monde réel : l'itération indéfinie des opérations crée des objets fantasmiques…* »[14].

Or la logique formelle à laquelle notre auteur est, tout à fait, hostile, est la fille normale de l'analyse. Ce sont les possibilités grandioses de Boole et de ses successeurs (Hilbert, Frege etc) en analyse qui leur ont permis de faire avancer la logique formelle, mathématique. Ce rejet de l'analyse rapproche Thom de ses contemprorains systémistes, avec qui, normalement, il ne s'entend pas (malgrè les prétentions de Lemoigne)[15].

Or ces penseurs sont hostiles à l'analyse cartésienne car ils pensent qu'elle n'est pas apte à nous faire saisir une nature si complexe. Cependant Thom leur reproche de s'attacher aux détails et aux choses particulières. C'est dit, clairement, dans « Stabilité structurelle et Morphogenèse » (p. 155)

En fait, René Thom se veut être globaliste. Il déclare, en effet clairement, dans *Stabilité structurelle et morphogenèse* (et ailleurs) son appartenance à cette méthode. Dans ce livre, il discrédite les méthodes analytiques, et celles utilisées par ses contemporains systémistes s'attachant aux détails et aux éléments particuliers. Du reste, plusieurs commentateurs ont parlé, avec insistance, de cette option que fait R. Thom : on peut lire par exemple dans : ''La topologie de la morphogenèse en France'' que « René Thom prévilégie les propriétés globales et structurelles intervenant dans l'espace et le temps. »[16]

Ce choix délibéré de notre mathématicien est entièrement justifiable quand on pense au modèle du

---

[14] Cf ''logos phénix '', chapitre 16 *de modèles mathématiques de la morphogenèse.*

[15] Notre étude citée sur Lemoigne et Thom, *in La modélisation scientifique : Etudes sur la pensée modélisatrice de Thom.*

[16] Thèse à lyon 2, 2004

développement biologique présenté par Waddington. Celui-ci avoue expressément qu'il est pour le globalisme et contre le réductionisme de la biologie moléculaire (René Thom aura exactement la même attitude à l'égard de cette discipline biologique).

Sur le plan strictement mathématique, c'est-à-dire, en somme, la théorie des catastrophes, cette idée de globalisme hantait Thom dès le début de sa carrière. A propos de la transversalité, on peut lire : « Quelques propriétés globales des variétés différentielles »

En fait, il y a un lien entre le globalisme et la transversalité chez Thom. Le terme relatif à celle-ci veut dire, au fond, si on se tient à un niveau, simplement, théorique, l'exigence de porter son attention sur ce qui est général et global, au lieu de s'occuper d'éléments particuliers.

La transversalité implique, par conséquent, le global, le général (le générique) :

> M. Max Chaperon rattache cette idée de transversalité, dont le lien est maintenant évident avec la méthode globale et la recherche du générique, à une certaine pratique mathématique de Poincaré : convaincu qu'il ne pouvait pas poursuivre, indéfiniment, ses calculs de mécanique céleste, ce grand mathématicien a choisi de considérer des équations différentielles générales, en fondant, ainsi, une sorte de dynamique qualitative. Poincaré aurait préparé le terrain, à sa manière, à son compatriote R. Thom[17]

[17] "Sur la théorie des catastrophes et ses applications aux désastres" CMJ - PRG

# Conclusion

## La spécifité des mathématiques de la morphogenèse chez R. Thom

Il est clair que les mathématiques thomiennes de la morphogenèse sont différentes de celles qu'on a rencontrées chez les prédécesseurs du penseur français. C'est vrai que Thom reprend l'expérience de pensée de Turing, relative aux réactions chimiques et à leur diffusion (une telle expérience, Thom l'a trouvée chez Waddington, car il ne parait pas avoir lu le savant anglais dans le texte).

Il est évident également que Waddington, différent de Thompson et de Turing, a dépassé l'un et l'autre. Ce dépassement signifie, en fait, que R. Thom diffère de ces deux biologistes anglais puisque la biologie du développement de Waddington est son modèle. En outre, si l'on revient à l'expérience de Turing que Thom reprend, on se rend compte que le mathématicien français n'en tire pas les mêmes conclusions auxquelles est arrivé le biologiste anglais. Celui-ci parvient aux structures dites de Turing, dont le lien avec le calcul et la quantification est indéniable. Ces deux dernièrees propriétés ne sont pas étrangères à la pensée de Thompson. Les conclusions de Thom sont topologiques et excluent toutes les considérations quantitatives.

Mais ce qui constitue, vraiment, un fossé insurmontable, c'est l'appareillage mathématique en usage chez Thom, nous voulons parler de la théorie des catastrophes que seul ce mathématicien français utilise. Il est évident, d'autre part, que les mathématiques thomiennes de la morphogenèse, comme nous les avons présentées en suivant les textes, n'existent pas dans les dictionnaires et encyclopédies usuels.

Ces derniers documents traitent, en parlant de mathématique, de notions absolument étrangères à Thom comme celles de démonstration qui est liée, ici, au calcul, etc… En fait, on reste tributaire d'une tradition pytagoricienne et platonicienne que Thom renie en tant que productrice de quantification. Or, la philosophie naturelle de Newton repose sur cette tradition. Par conséquent, les mathématiques de la morphogenèse sont également, une révolution épistémologique.

Aristote est pour beaucoup dans cette mathématique thomienne de la morphogenèse. C'est ce philosophe grec qui a montré à Thom la voie de la qualité (La hylé est qualitative) et de la forme si essentielles à sa pensée mathématique. Au fond, Aristote serait, pour l'auteur, le premier maître. Cette conclusion nous permet de dire que ce mathématicien français donne raison aux savants arabes du moyen âge qui ont toujours affirmé qu'Aristote est ''le premier maître'' (tel est le cas de Kindi, de Birouni, d'Ibn Al Haythem, d'Ibn Roshed) dont nous avons analysé les écrits à plusieurs reprises[18].

ICONOGRAPHIE : Gauche : René Thom, « *Mathematician René Thom in Nice* », 1970: MFO License, see http://owpdb.mfo.de/. » **Source :** http://owpdb.mfo.de/detail?photo_id=4170 **Author** Konrad Jacobs, Erlangen. Wikimedia Commons. Droite : William Henry Waddington. **Source** : BNF, Gallica.jpg, 16 avril 2013, Photographie originale, Ernest-Eugène Appert restaurée par Jebulon - Bibliothèque nationale de France.

[18] Cf notre livre, *L'esprit scientifique et la civilisation arabo-musulmane*, L'Harmattan, 2004.